

**CLASSE 48/A - MATEMATICA APPLICATA**

**Programma d'esame**

**CLASSE 48/A - MATEMATICA APPLICATA**

**Temi d'esame proposti in precedenti concorsi**

**CLASSE 48/A - MATEMATICA APPLICATA**

# Programma d'esame

*Classe 48/A*

## MATEMATICA APPLICATA

L'esame comprende una prova scritta ed una prova orale.

Le indicazioni contenute nelle « Avvertenze generali » sono parte integrante del programma di esame.

### *Prova scritta*

La prova scritta consiste nello svolgimento di un tema scelto dal candidato fra tre proposti, relativi:

- agli argomenti della prova orale di cui all'*Allegato A*;
- oppure alla trattazione critica di argomenti aventi carattere applicativo;
- oppure a un tema avente entrambe le predette caratteristiche.

Durata della prova: 6 ore.

### *Prova orale*

La prova orale verte sulle materie oggetto del concorso, con particolare riferimento agli argomenti di cui all'*Allegato A*.

---

Elementi di teoria degli insiemi.

Elementi di logica matematica.

Fondamenti di algebra classica.

Elementi di algebra astratta.

Fondamenti di analisi infinitesimale (funzioni, limiti, derivate, massimi e minimi, infinitesimi e infiniti, serie, integrali, lunghezze di una curva, equazioni differenziali, serie di Fourier, cenni di analisi funzionale).

Elementi di geometria (curve algebriche e superfici algebriche dello spazio ordinario proiettivo, elementi della geometria differenziale delle curve e delle superfici dello spazio euclideo ordinario).

Nozioni sui fondamenti logici della matematica e su altri argomenti interessanti particolarmente le matematiche elementari (geometria euclidea, geometria non euclidea, le trasformazioni elementari e i loro gruppi)

Ricorso alle funzioni discontinue: equazioni alle differenze finite, metodo di discretizzazione, modelli matematici generali.

Elementi di statistica metodologica.

Elementi di calcolo della probabilità (eventi e numeri aleatori, probabilità e distribuzione di probabilità; probabilità subordinata indipendenza e correlazione; legge dei grandi numeri, tendenza alla distribuzione normale; induzione; nozioni su processi aleatori (tipi più semplici); applicazioni alla teoria delle decisioni in condizioni di incertezza (esempi di ricerca operativa; valore di un'informazione) e a problemi di induzione statistica (collaudi, sequenziali e non; controllo di qualità). Nozioni di teoria dei giochi, come Testa e Croce (caso poissoniano in teoria delle code, ecc.).

Applicazioni della matematica in campo economico. Preferenza, utilità; problemi di massimo e problemi di optimum paretiano.

Nozioni su qualche teoria o modello o procedimento (equilibrio generale, modelli di sviluppo, programmazione lineare, ecc.).

Matematica finanziaria e problemi connessi (leggi di capitalizzazione, di sconto, tassi equivalenti; rendite certe; ammortamento in genere, di prestiti, in particolare con obbligazioni).

Applicazioni assicurative nel campo consueto dell'assicurazione vita e per le assicurazioni in generale; premi puri e caricamenti, riserve matematiche, rischio, riassicurazione; nozioni di tecnica delle assicurazioni.

Modi di funzionamento ed applicazione di calcolatrici elettroniche ed elaboratori di dati (sia per l'esecuzione di calcoli che per lavori amministrativi, organizzativi, tecnico-scientifici); logica di Boole, principi di programmazione, metodi di iterazione, simulazione.

Le figure principali emergenti dalla storia della matematica applicata, viste nell'ambito della civiltà e della società nella quale sono vissute.

# Temi d'esame proposti in precedenti concorsi

## Classe di concorso

### 048A Matematica applicata

(vecchia denominazione A064 Matematica applicata)

#### Concorso ordinario 1982

Prova scritta

1) Il candidato tratti, anche criticamente, dell'argomento riguardante i gruppi di trasformazioni geometriche: le isometrie, le omotetie, le affinità, le proiettività e gli omomorfismi. Il candidato, inoltre, presenti il caso particolare delle trasformazioni in sé del triangolo equilatero e del tetraedro regolare.

2) Il candidato, dopo aver trattato della interpolazione per punti e fra punti, applichi in un caso concreto, con dati numerici a sua libera scelta, il metodo dei minimi quadrati, illustrandolo anche teoricamente.

3) I problemi di scelta economica si possono classificare riguardo al numero delle variabili di scelta, riguardo agli effetti nel tempo, e rispetto alla certezza dei risultati. Il candidato, dopo aver risolto il semplice problema sottoriportato, seguendo ed illustrando uno dei metodi in uso, cerchi di elaborarlo a suo piacere (per esempio aumentando il numero delle variabili) presentandone la relativa soluzione anche mediante diversi metodi:

Problema:

Un allevatore di animali per preparare un conveniente mangime si consulta con lo zootecnico e con le ditte commerciali del settore, ottenendo i seguenti dati:

- il mangime dovrà esser composto da una miscela di tre componenti: A. indifferentemente dal 20% al 40%; B. dal 15% al 35%; C. dal 25% al 45%;

- i prezzi di mercato sono: per A. 20.000 £/q; per B. 23.000 £/q; per C. 19.000 £/q.

L'allevatore - in cerca naturalmente della soluzione ottimale costituita dall'ingrasso nel più piccolo tempo al minimo costo -, anche se riesce per tentativi a risolvere questo comune problema, si rende conto che ha necessità di conferme e di studi su possibili altre soluzioni in casi più articolati che la realtà del mercato continuamente gli prospetta

#### Concorso ordinario 1984

Prova scritta

1) Esposizione critica delle varie definizioni di "probabilità": classica, frequentista, soggettivista, assiomatica...; possibile coesistenza di alcune di esse in rapporto a diversi ambiti di applicazione: demografico, economico, fisico, dei giochi d'azzardo, ecc.; esempi.

2) Sia  $f$  una funzione positiva non costante, tale che per ogni intervallo  $[a, b]$  la lunghezza del grafico di  $f$  eguagli numericamente l'area della regione delimitata dalla curva  $y = f(x)$ , dall'asse  $x$  e dalle rette  $x = a$ ,  $x = b$ . Si sa inoltre che  $f(0) = 1$ :

a) determinare  $f$ ;

b) scriverne lo sviluppo di Taylor in serie di potenze e determinare il raggio di convergenza di tale sviluppo.

3) Il candidato:

a) esponga in generale l'uso dei metodi iterativi per la valutazione approssimata delle radici reali dell'equazione  $f(x) = 0$  e discuta, nei dettagli, le questioni legate alla convergenza, facendo riferimento anche a considerazioni geometriche;

b) applichi un metodo iterativo a sua scelta per la valutazione approssimativa della radice positiva dell'equazione

$$\sin x = -\frac{x}{3} = 0$$

descrivendo l'algoritmo utilizzato;

c) costruisca il diagramma di flusso dell'algoritmo precedente;

d) dica quali sono, a suo parere, le nozioni fondamentali di calcolo numerico che uno studente di scuola secondaria di 2° grado deve possedere per essere in grado di affrontare i problemi relativi all'applicazione della matematica ai vari campi dell'economia, della scienza, della fisica, ecc.

### Concorso ordinario 1990

Il candidato svolga, a scelta, uno dei seguenti temi:

1) Siano date le due funzioni di variabile reale positiva

$$g(x) = x \log x \quad e \quad h(x) = x^2 \log x$$

dove  $\log x$  è il logaritmo neperiano di  $x$ .

Determinare, ponendo  $u = \frac{1}{x}$  i limiti di  $g(x)$  e di  $h(x)$  quando  $x$  tende a  $0$ .

A. Considerata la funzione di variabile reale positiva

$$f(x) = x(2 - \log x)$$

studiare la sua variazione nell'intervallo dei valori di  $x$  per i quali  $f(x)$  è positiva o nulla. Precisare il comportamento di  $f(x)$  e della sua derivata  $f'(x)$  quando  $x$  tende a  $0$ . Tracciare il grafico di  $f(x)$  in un piano cartesiano ortogonale  $Oxy$ .

B. Calcolare la derivata rispetto a  $t$  di

$$Y = \frac{t^2}{2} \left( \log t - \frac{1}{2} \right)$$

e dedurre l'espressione, in funzione di  $x$ , dell'integrale

$$I(x) = \int_x^{e^2} t(2 - \log t) dt$$

Far vedere che  $\mathbf{I(x)}$  tende verso un limite finito quando  $\mathbf{x}$  tende a  $\mathbf{0}$ . Cosa rappresenta questo limite nel grafico precedente?

C. Esprimere in funzione di  $\mathbf{m}$  e di  $\mathbf{x}$  l'integrale

$$\mathbf{Im(x)} = \int_x^{e^m} \mathbf{t(m - \log t)dt}$$

Far vedere che  $\mathbf{Im(x)}$  tende verso un limite finito quando  $\mathbf{x}$  tende a  $\mathbf{0}$ . Calcolare per quale valore di  $\mathbf{m}$  questo limite è uguale a  $\mathbf{1}$ .

2) Dopo aver introdotto, anche attraverso esempi, la probabilità subordinata nel caso di due eventi, si risolva il seguente problema.

Un'urna contiene  $\mathbf{8}$  palline:  $\mathbf{5}$  bianche e  $\mathbf{3}$  nere.

A. Si estraggono successivamente due palline senza rimettere la prima estratta nell'urna. Calcolare la probabilità di ottenere:

- a) 2 palline bianche;
- b) 2 palline dello stesso colore;
- c) almeno una pallina bianca.

B. Calcolare le stesse probabilità nel caso in cui la prima pallina viene rimessa nell'urna prima di estrarre la seconda.

3) Trattare criticamente l'interpretazione delle stime campionarie con particolare riferimento alla distribuzione delle medie campionarie, servendosi anche di opportuni esempi.

Durata massima della prova scritta: ore sei.

E' consentito soltanto l'uso di calcolatrici tascabili e di tavole logaritmico-finanziarie.

È fatto divieto di svolgere più di un solo tema, pena l'annullamento della prova.

### **Concorso riservato 1983 (art.35)**

Il candidato, sotto forma di lezione e privilegiandone l'aspetto metodologico-didattico con riguardo agli alunni cui la lezione stessa sarebbe destinata, tratti di uno dei seguenti argomenti:

1) Rappresentazioni grafiche statistiche, servendosi anche di opportuni schizzi a mano libera, simili a quelli che eseguirebbe alla lavagna durante la spiegazione orale.

2) Ammortamenti (l'inquadramento generale o un tema particolare).

3) Principali problemi sulle rendite.

Durata della prova: 8 ore.

E' consentito l'uso del vocabolario.

Il candidato, nell'elaborato, indichi a quale tipo di scuola appartengono gli alunni cui rivolge la propria lezione.

### **Concorso riservato 1983 (art.76)**

Il candidato, sotto forma di lezione e privilegiandone l'aspetto metodologico-didattico con riguardo agli alunni cui la lezione stessa sarebbe destinata, tratti di uno dei seguenti argomenti:

- 1) Capitalizzazione semplice e composta.
- 2) Probabilità totale e probabilità composta.
- 3) Programmazione lineare.
- 4) Rimborso di un prestito.

Durata della prova: 8 ore.

E' consentito l'uso del vocabolario.

Il candidato, nell'elaborato, indichi a quale tipo di scuola appartengono gli alunni cui rivolge la propria lezione.

### **Concorso riservato 1988**

Il candidato tratti, sotto forma di lezione, uno dei seguenti argomenti, privilegiandone l'aspetto metodologico-didattico con riguardo agli alunni cui la lezione stessa sarebbe destinata:

- 1) Capitalizzazione frazionata.
- 2) Variabilità statistica e sue principali misure.
- 3) Problemi di scelta con effetti immediati e in condizioni certe.

Il candidato, nell'elaborato, indichi a quale tipo di scuola appartengono gli alunni cui rivolge la propria lezione.