

LA SCRITTURA POSIZIONALE DEI NUMERI

di Umberto Tenuta

1. LA RISCOPERTA DEI SISTEMI DI NUMERAZIONE NELLE VARIE BASI

PARTE I

CRITERI METODOLOGICI

Umberto Tenuta

I sistemi di numerazione nelle varie basi possono essere appresi contemporaneamente dagli alunni —senza impegni maggiori di quelli necessari per la base dieci— seguendo gli itinerari didattici che verranno presentati.

La proposta può risultare interessante solo se si considera che riscoprire la notazione posizionale dei numeri significa ripercorrere il cammino di una delle più affascinose costruzioni mentali elaborate dagli uomini nel corso dei millenni per quantificare il mondo umano, naturale e artificiale, per creare la moderna tecnologia e per avventurarsi negli spazi intersiderali.

Fino a qualche decennio fa gli alunni della scuola elementare imparavano solo il **sistema di numerazione in base dieci: unità, decine, centinaia...**

Rifacendosi alle esperienze innovative realizzate a cominciare dagli anni '70, i **Programmi didattici del 1985 (NP)** affermano però che *«può risultare vantaggiosa l'introduzione di sistemi di numerazione diversi da quello decimale»*¹.

*È vantaggioso
introdurre basi
diverse*

In effetti, operare nella varie basi risulta utile, non tanto per la conoscenza delle altre basi, quanto per una migliore comprensione della base dieci, delle operazioni aritmetiche, delle frazioni, dei numeri con virgola... e soprattutto ai fini della formazione complessiva della personalità.

1.1. LA VALENZA FORMATIVA DELLE ATTIVITÀ MATEMATICHE

Le attività di apprendimento matematico, come quelle di qualsiasi altra disciplina, debbono avere sempre come finalità la promozione della formazione complessiva della personalità, considerata nei suoi diversi aspetti: cognitivi, affettivi, sociali, morali ecc.²

Di tali aspetti nei **NP** ci si limita ad esplicitare solo quelli **cognitivi**: *«l'educazione matematica contribuisce alla formazione del pensiero nei suoi vari aspetti: di intuizione, di immaginazione, di progettazione, di ipotesi e deduzione, di controllo e quindi di verifica o smentita»*.

Tuttavia, in armonia con la complessiva impostazione formativa che la scuola elementare assume nei **NP**, si devono prendere in considerazione anche le finalità formative relative agli altri aspetti della personalità.

*L'educazione
matematica ha
valenza formativa*

Pertanto, nel promuovere le attività di riscoperta dei sistemi di numerazione, occorre aver cura che esse vengano svolte in modo che assumano rilevanza, non solo ai fini dell'apprendimento della numerazione e delle operazioni aritmetiche, ma, come quelle di ogni altro concetto matematico, anche ai fini della formazione cognitiva, affettiva, sociale, morale, estetica ecc.

¹ Le enfasi nei passi citati sono nostre.

² Per un esame delle finalità della formazione matematica, Cfr. FERRARI M., *I nuovi*

programmi di matematica per la scuola elementare, in: "L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA E DELLE SCIENZE INTEGRATE", Paderno del Grappa, 1986, VI.

1.2. I FONDAMENTALI CRITERI METODOLOGICI DELL'EDUCAZIONE MATEMATICA

Evidentemente, all'esigenza formativa sopra delineata l'apprendimento della scrittura posizionale dei numeri può rispondere solo se viene effettuato secondo i **criteri metodologici** indicati dai NP, dei quali riteniamo preliminarmente opportuno presentare sinteticamente i più importanti.

I criteri metodologici dell'educazione matematica

1.2.1. PRINCIPIO DELLA RISCOPERTA

Fino a quando la scuola si proponeva la trasmissione di un ben determinato patrimonio di nozioni, si poteva anche pensare che a tal fine l'insegnante potesse limitarsi ad *«imprimere nella mente degli scolari le definizioni e le regole»*³.

Tuttavia, non solo *«la reale comprensione di una nozione, o di una teoria, implica la reinvenzione di questa teoria da parte del soggetto»*⁴, ma, ai fini della promozione della formazione dei diversi aspetti della personalità, ciò che conta sono soprattutto i processi di apprendimento, nei quali l'alunno impegna la sua affettività, attiva la sua intelligenza creativa, stabilisce rapporti sociali ecc.

In tale prospettiva formativa, non può non essere bandito ogni apprendimento meccanico della matematica e quindi anche della scrittura posizionale dei numeri, fondato su apodittiche indicazioni dell'insegnante: *andando da destra a sinistra, al primo posto stanno le unità, al secondo posto le decine...*

La comprensione dei concetti e lo sviluppo del pensiero e degli altri aspetti della personalità si realizzano solo se gli alunni, singolarmente o in gruppo, sono personalmente impegnati nella loro **riscoperta**⁵, attraverso **procedimenti didattici costruttivi**.

la riscoperta dei concetti matematici attraverso procedimenti didattici costruttivi

A questo fine, il compito dell'insegnante non è più *«quello di una persona che dà "l e z i o n e" quanto piuttosto quello di una persona che organizza situazioni che destano la curiosità e la voglia del fanciullo di ricercare la soluzione, e che favorisce un tale comportamento per mezzo di dispositivi appropriati...»*⁶. In tali attività, particolare spazio va riservato alla creatività degli alunni, per quanto riguarda, ad esempio, la "invenzione" delle situazioni problematiche relative ai raggruppamenti, la formulazione di ipotesi di soluzione ecc.

1.2.2. MOTIVAZIONE E SITUAZIONI PROBLEMATICHE CONCRETE Mentre per imprimere le conoscenze nella mente dell'alunno, bastava —almeno così si riteneva— che egli tenesse gli occhi spalancati e le orecchie ben tese, invece, perché si impegni nelle attività di riscoperta, è indispensabile che egli sia adeguatamente motivato.

In tal senso, le attività relative alla scoperta della scrittura posizionale dei numeri debbono essere sempre fondate sugli interessi, sui bisogni e soprattutto sulla innata curiosità⁷ degli alunni.

Così procedendo, non solo si motivano gli alunni ad intraprendere attività che assicurano il perseguimento delle competenze cognitive di volta in volta prese in considerazione, ma si promuove anche la maturazione di atteggiamenti positivi verso tali attività, come peraltro viene raccomandato dai NP, quando precisano che *«Si favorirà così la formazione di un atteggiamento positivo verso la matematica, intesa sia come valido strumento di conoscenza e di interpretazione critica della realtà, sia come affascinante attività del pensiero umano»*.

³ Tale indicazione didattica si trova nei **Programmi didattici** del 1867.

⁴ J.PIAGET, *Alcune considerazioni sull'insegnamento della matematica*, in C.SITIA, *La didattica della matematica oggi-Problemi, ricerche, orientamenti*, Pitagora, Bologna, 1979, p.29.

⁵ In merito, cfr.: I.FOSTER, *La scoperta come apprendimento*, Emme Edizioni, Milano, 1975.

⁶ J.PIAGET, *Ibidem*.

⁷ R.A.HODGKIN, *La curiosità innata*, Armando, Roma, 1978.

In ordine alla **motivazione**, puntualmente e significativamente nei NP si afferma che *«le nozioni matematiche di base vanno fondate e costruite partendo da situazioni problematiche concrete, che scaturiscano da esperienze reali del fanciullo»*.

L'attività matematica muove dai problemi.

Come scrive l'Antiseri, *«Il problema è il primum dell'insegnamento. Il problema è il fondamento della motivazione a ricercare»*⁸.

*L'attività
matematica muove
dai problemi.*

In merito, è opportuno precisare che un **problema** nasce solo e sempre da un bisogno, da un interesse, da una curiosità che non può essere soddisfatta immediatamente, ma richiede il ricorso ad una particolare utilizzazione degli strumenti di cui si è già in possesso o che bisogna acquisire⁹.

In tale prospettiva, particolare importanza assume, al pari della innata curiosità dei fanciulli, sulla quale si può fondare la maggior parte delle situazioni problematiche relative all'apprendimento matematico, anche **l'attività ludica**. Come si afferma nei NP, il *«passaggio dall'esperienza alla rappresentazione e quindi alla formalizzazione può avvenire muovendo dalle situazioni più varie; fra di esse un ruolo importante hanno le più naturali e spontanee: quelle di gioco... Fra i giochi si possono comprendere sia quelli spontanei o appresi dal fanciullo nel suo ambiente culturale, sia quelli più specificamente indirizzati al conseguimento di particolari abilità matematiche»*.

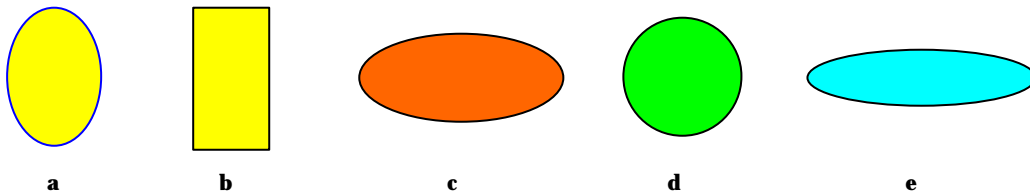
*occorre valorizzare
l'attività ludica*

Pertanto, molte delle attività relative alla riscoperta della scrittura posizionale dei numeri possono essere presentate in forma ludica.

1.2.3. DAL CONCRETO ALL'ASTRATTO

Astratto non è ciò che "non si vede e non si tocca" $\frac{3}{4}$ se così fosse, Cappuccetto Rosso sarebbe un'astrazione—, ma ciò che risulta da un **processo di astrazione**, cioè da un'attività mentale che, muovendo da situazioni concrete o da immagini o da concetti, trascura alcune proprietà e ne prende in considerazione —ne astrae— altre comuni. Il risultato del processo di astrazione è il **concetto**, cioè una costruzione mentale che, come tale, non esiste nella realtà, ma esiste solo nella mente che ha operato l'astrazione.

Ad esempio, nelle seguenti figure si può prescindere da tutte le altre proprietà e prendere in considerazione, cioè astrarre, la **proprietà comune** alle figure **a, c, e**:



Questa proprietà o caratteristica comune costituisce il concetto delle figure che vengono denominate **ellissi**.

Poiché il fanciullo della scuola elementare si trova nella fase del **pensiero operatorio concreto**, egli costruisce i concetti solo muovendo da situazioni concrete. Come afferma il Piaget, a questa età, *«la parola non serve a nulla... il disegno non basta ancora, è necessaria l'azione ... Perché il bambino giunga a combinare delle operazioni, si tratti di operazioni numeriche o di operazioni spaziali, è necessario che abbia manipolato, è necessario che abbia agito, sperimentato non solo su disegni ma su un materiale reale, su oggetti fisici...»*¹⁰.

*muovere dalle
operazioni concrete
accompagnandole
con la parola*

⁸ D.ANTISERI, *Insegnare per problemi*, in "L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA E DELLE SCIENZE INTEGRATE", Paderno del Grappa, febbraio 1985, I, pp.11-12.

⁹ Per una **più ampia** trattazione dell'argomento e per la relativa bibliografia, cfr.: U.TENUTA, *Itinerari geometrici*, La Scuola, Brescia, 1991, pp.13ss.

¹⁰ J.PIAGET, *Avviamento al calcolo*, La Nuova Italia, Firenze, 1956, p.31.

Pertanto, come si afferma nei NP, «*Nel conseguimento dei diversi obiettivi è importante procedere in modo costruttivo e significativo, fornendo agli alunni una **adeguata base manipolatoria e rappresentativa**. Ciascun alunno va messo in condizione di utilizzare, inizialmente, **materiali diversi, comuni o strutturati**, che forniscano adeguati modelli dei concetti matematici implicati nelle varie procedure operative*».

In merito, però, è opportuno precisare che queste attività mirano solo a «*costituire una **comune base di esperienze***» sulla quale occorre poi «*fondare la **riflessione e la concettualizzazione** matematica*».

*In effetti, bisogna tenere sempre presente l'esigenza che il fanciullo «si distacchi, ad un certo punto, dalla manipolazione dei materiali stessi per arrivare ad utilizzare soltanto le relative **rappresentazioni mentali** nella esecuzione e nella interpretazione dei compiti a lui assegnati*».

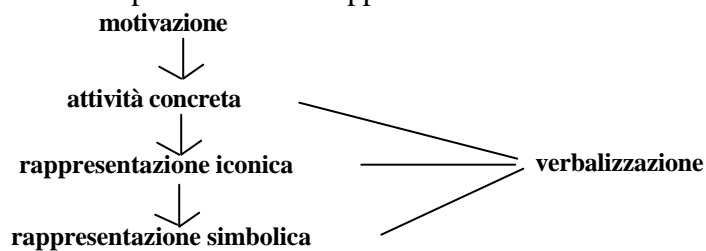
Gli insegnanti hanno perciò il compito di promuovere, con opportuna gradualità, senza fretta, il «*passaggio dall'esperienza alla rappresentazione e quindi alla formalizzazione*».

In sintesi, tenendo presenti anche le indicazioni bruneriane¹¹, le attività di riscoperta della scrittura posizionale dei numeri debbono:

- muovere da attività concrete;**
- passare gradualmente alla rappresentazione iconica;**
- pervenire infine alla rappresentazione simbolica.**

Tutte le attività debbono comunque essere accompagnate dalla **verbalizzazione**¹², costituita inizialmente da espressioni del linguaggio comune, alle quali con opportuna gradualità vanno sostituiti i termini sempre più specifici del linguaggio matematico.

Graficamente, l'itinerario può essere così rappresentato:



*per pervenire poi
alla
rappresentazione
iconica e infine
alla
rappresentazione
simbolica*

1.2.3.1.LE ATTIVITÀ CONCRETE

Considerato che nel passato è prevalsa un'impostazione verbalistica dell'insegnamento matematico, si ritiene particolarmente opportuno sottolineare l'importanza che nella riscoperta della scrittura posizionale dei numeri assume l'**attività concreta**, costituita, sia dalla **manipolazione** di materiali, sia dai **movimenti** e dai **gesti**.

I **materiali concreti** utilizzabili sono i più vari, da quelli **comuni** a quelli **strutturati**.

Tra i **materiali comuni** possono figurare: *fiori, caramelle, perline, figurine, semi, bambini...*

Ai materiali comuni vanno opportunamente alternati i **materiali strutturati** (*B.A.M.-Blocchi Aritmetici Multibase e Gioco del cambio*).

Inizialmente, però, più che i **materiali strutturati**, è consigliabile utilizzare i **materiali strutturabili**, come i **Numeri in colore** e soprattutto i **Cubetti multilink**, i quali, peraltro, possono validamente essere utilizzati al posto dei B.A.M., almeno in tutte le situazioni scolastiche nelle quali questi ultimi non sono disponibili¹³.

*la grande
importanza dei
materiali
strutturati*

¹¹ J.S.BRUNER, *Dopo Dewey*, Armando, Roma, 1964, cap.II.

¹² In merito, cfr. WYGOTSKY, *Pensiero e linguaggio*, Giunti-Barbèra, Firenze, 1972.

¹³ Sull'impiego dei **numeri in colore** e dei **cubetti multilink**, cfr.: U.TENUTA, *I numeri in colore*, La Scuola, Brescia, 1994

Tuttavia, assieme alla manipolazione dei materiali concreti, vanno valorizzate anche le **attività motorie** e quelle **gestuali**.

1.2.4. INDIVIDUALIZZAZIONE DELL'INSEGNAMENTO E LAVORO DI GRUPPO

Mentre la lezione trasmissiva poteva assumere come destinataria l'intera scolaresca, invece la riscoperta dei concetti è sempre un'attività che si svolge secondo i ritmi e gli stili personali di apprendimento dei singoli alunni.

Pertanto, come afferma il Dienes, *«l'attuale metodo di insegnamento in classe... dovrà essere sostituito con lo studio individuale ed a piccoli gruppi, usando materiale concreto e istruzioni scritte, con l'insegnante che agisce come guida e consigliere»*¹⁴.

Da luogo di insegnamento, caratterizzato dalla cattedra sopraelevata e dai banchi accuratamente allineati, la scuola si trasforma in **ambiente educativo e di apprendimento**¹⁵, cioè in **laboratorio matematico** attrezzato con adeguati materiali comuni e strutturati.

1.2.5. GRADUALITÀ

Come afferma il Villani, nell'educazione matematica *«vanno rispettati i ritmi naturali di apprendimento degli allievi; ciò implica la necessità di un insegnamento ciclico, "la spirale", ritornando sui medesimi argomenti in momenti successivi, con approfondimenti via via maggiori e da punti di vista via via più elevati»*¹⁶.

In tal senso, la gradualità metodologica non si configura come meccanica successione di apprendimenti, ma implica il successivo approfondimento dei concetti: ogni nuova conoscenza si innesta su quelle che la precedono e le approfondisce.

*seguire processi
graduali, secondo
sequenze cicliche o
a spirale*

Ne consegue che, come in ogni altro apprendimento matematico, anche nelle attività di riscoperta della scrittura posizionale dei numeri è importante procedere con opportuna gradualità, partendo dai livelli di preparazione degli alunni: gli insegnanti debbono verificare le competenze già possedute dagli alunni relativamente alle attività di raggruppamento e di simbolizzazione e da queste muovere per far apprendere a raggruppare ed a simbolizzare in forma più sistematica¹⁷.

1.3. GLI ITINERARI PER LA RISCOPERTA DELLA SCRITTURA POSIZIONALE DEI NUMERI

Secondo la consuetudine, l'approccio alla scrittura posizionale dei numeri avviene molto spesso in forma globale, senza alcun riferimento esplicito al valore che nel numero assumono le cifre. Così, i bambini inizialmente apprendono che il numero **12** indica una quantità di bambini, ma senza prendere consapevolezza che la cifra **2** indica due bambini e la cifra **1** ne indica dieci. Solo in un secondo momento si passa ad analizzare il numero per scoprire le unità e le decine.

Anche senza rifiutare una tale prassi didattica, la riscoperta della scrittura posizionale dei numeri può avere inizio sin dal primo approccio dei bambini con la scrittura dei numeri, seguendo opportuni procedimenti costruttivi.

Come è noto, la **scrittura posizionale dei numeri** si fonda su due operazioni fondamentali che occorre tenere ben presenti:

¹⁴ Z.P.DIENES, *Costruiamo la matematica*, O.S., Firenze, 1962, p.27.

¹⁵ Sulla scuola come **ambiente educativo e di apprendimento**, cfr.: U.TENUTA, *L'attività educativa e didattica nella scuola elementare-Come organizzare l'ambiente educativo e di apprendimento*, La Scuola, Brescia, 1989.

¹⁶ V.VILLANI, *L'insegnamento della geometria nella scuola secondaria superiore*, in: "L'EDUCAZIONE MATEMATICA", C.R.S.E.M., Cagliari, 1981, suppl.2°, p.62.

¹⁷ Tale esigenza viene evidenziata dai NP con l'indicazione di carattere generale che *«All'inizio della prima elementare è opportuno che l'insegnante svolga una attenta ricognizione dello stato di preparazione dei singoli alunni in relazione alle esigenze del processo di apprendimento della matematica»*.

a) il raggruppamento;

b) la simbolizzazione.

Di conseguenza, nell'azione didattica si deve procedere con molta gradualità, rispettando scrupolosamente i seguenti indispensabili passaggi:

1. ATTIVITÀ DI RAGGRUPPAMENTO NELLE VARIE BASI CON MATERIALI COMUNI E STRUTTURATI

2. ATTIVITÀ DI SIMBOLIZZAZIONE DEI RAGGRUPPAMENTI

Di tali attività nei prossimi numeri della Rivista presenteremo due itinerari didattici esemplificativi.

BIBLIOGRAFIA

BAZZINI L., FERRARI M., *Il mondo dei numeri naturali*, SEI, Torino, 1987, cap.IX.

DANTZIG T., *Il numero linguaggio della scienza*, La Nuova Italia, Firenze, 1967.

IFRAH G., *Storia universale dei numeri*, A. Mondadori, Milano, 1983.

JOHNSON D.A., GLENN W.H., *I sistemi di numerazione*, Zanichelli, Bologna, 1965.

NUCLEO DI RICERCA DIDATTICA DI MODENA, *La notazione posizionate e le tecniche delle operazioni*, DIPARTIMENTO DI MATEMATICA, Modena, 1984.

RIVISTA "L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA E DELLE SCIENZE INTEGRATE", V.S.Giacomo,4 - 31010 Paderno del Grappa (TV).

BIBLIOGRAFIA SPECIFICA DEL RELATORE

UMBERTO TENUTA, *L'attività educativa e didattica nella scuola elementare-Come organizzare l'ambiente educativo e di apprendimento*, La Scuola, Brescia, 1989.

Muovendo da un'analisi puntuale del testo complessivo dei PROGRAMMIDEL 1985, il libro enuclea le linee essenziali della loro impostazione metodologico-didattica, che si traducono poi in precise ed organiche indicazioni per la predisposizione dell'ambiente educativo e degli ambienti di apprendimento relativi alle singole discipline, delle quali vengono individuati gli obiettivi fondamentali, le metodologie e le tecnologie educative, anche nella prospettiva della elaborazione della programmazione didattica annuale e settimanale.

UMBERTO TENUTA, *L'ambito matematico-scientifico*, in: FIORIN I. (a cura), *L'innovazione nella scuola elementare*, La Scuola, Brescia, 1994.

Viene affrontato il problema della prospettiva interdisciplinare nell'educazione matematica e scientifica, secondo una prospettiva formativa.

UMBERTO TENUTA, *Itinerari geometrici*, La Scuola, Brescia, 1991, ill. a colori, pp. 244.

UMBERTO TENUTA, *Itinerari aritmetici*, La Scuola, Brescia, 1991, ill., pp. 256.

UMBERTO TENUTA, *Itinerari di Logica, Probabilità, Statistica e Informatica*, La Scuola, Brescia, 1992, ill., pp. 344.

La prevalente finalità formativa che i PROGRAMMIDEL 1985 assegnano all'Educazione matematica richiede un'impostazione metodologico-didattica che muova da situazioni problematiche concrete e che faccia ricorso soprattutto all'impiego dei materiali didattici comuni e strutturati.

I tre volumi, nell'illustrare l'impianto programmatico dei singoli temi dell'Educazione matematica, delineano, con estrema chiarezza, gli itinerari didattici relativi ai singoli obiettivi indicati dai PROGRAMMIDEL 1985, anche nella prospettiva della programmazione didattica settimanale.

UMBERTO TENUTA, *I numeri in colore*, La Scuola, Brescia, 1994, ill. a colori, pp.96.

I numeri in colore costituiscono ormai il materiale didattico più utilizzato nell'Educazione matematica.

Dopo un'ampia e chiara presentazione dei criteri metodologici dell'Educazione matematica, nel volume vengono delineate, con esemplificazioni ampiamente illustrate a colori, le più significative utilizzazioni dei *numeri in colore* nei percorsi didattici relativi all'Aritmetica, alla Geometria ed alla Statistica.

UMBERTO TENUTA, *Individualizzazione – Autonomia e flessibilità dell'azione educativa e didattica*, La Scuola, Brescia, 1998.

Nel volume vengono presentate le modalità concrete per la individualizzazione dell'insegnamento relativamente a tutte le discipline.

2. LA RISCOPERTA DEI SISTEMI DI NUMERAZIONE NELLA VARIE BASI

PARTE II

L'ATTIVITÀ DI RAGGRUPPAMENTO

Umberto Tenuta

<<Quel che si desidera è che l'insegnante smetta di essere un conferenziere e stimoli la ricerca e lo sforzo invece che accontentarsi di trasmettere delle soluzioni già pronte>>¹⁸.

Nell'approccio alla scrittura posizionale dei numeri, in passato si trascurava l'attività di **raggruppamento** dando per scontato che gli alunni possedessero già i concetti di **unità, decina, centinaia...**, ai quali si faceva solo qualche cenno, di sfuggita.

Di conseguenza, le difficoltà maggiori che gli alunni incontravano nell'apprendimento del **sistema posizionale di numerazione** discendevano soprattutto dalla non sicura padronanza di tali concetti.

È invece indispensabile che gli alunni approfondiscano bene i concetti dei singoli raggruppamenti (**decine, centinaia, migliaia ...** ed eventualmente: **treine, quattrine, cinque...**) e solo dopo passino alla loro **simbolizzazione**.

Iniziare dalle attività concrete di raggruppamento

L'attività di **raggruppamento** presuppone che gli alunni abbiano già appreso a contare, anche se entro ambiti numerici limitati: a mano a mano che apprendono primi numeri, gli alunni possono imparare a raggruppare gli oggetti **a 2 a 2, a 3 a 3, a 4 a 4 ...**

Inizialmente, i bambini imparano a contare gli oggetti singoli.

Solo in un secondo momento imparano a raggrupparli ed a contare i raggruppamenti.

I bambini, ad esempio, imparano spontaneamente che:

-le **2 scarpe** che hanno ai piedi costituiscono un **paio** di scarpe;

-i **2 fidanzati** costituiscono una **coppia**;

-i **3 cantanti** costituiscono un **trio**;

-le uova si acquistano in **confezioni da 6 (mezza dozzina) ...**

Muovendo da tali competenze, gli alunni saranno stimolati a costruire i raggruppamenti più vari, sempre però in forma ludica o comunque motivata e significativa.

In merito, è da tenere presente che gli oggetti raggruppati costituiscono delle **entità unitarie**: un **paio** di scarpe è **una cosa sola**, così come una **scolarecca**, una **squadra** di calcio, **un gregge**, **un esercito** ecc.

È importantissimo che gli alunni comprendano che **un gruppo** è formato da **elementi singoli**, ma che esso costituisce una **entità unitaria**.

In merito, giova evidenziare che la sostituzione dei raggruppamenti alle unità è dettata, oltre che da una esigenza funzionale, da un bisogno di economia: contare i gruppi è molto più economico che contare i singoli elementi di cui essi sono costituiti.

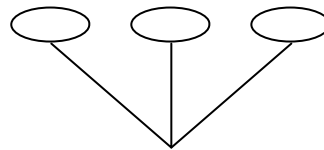
¹⁸ J. PIAGET, *Dove va l'educazione*, Armando, Roma, 1974, p.27.

Al fine di assicurare la più completa padronanza dei relativi concetti, le attività di raggruppamento saranno inizialmente effettuate dai singoli alunni con **materiali concreti**, in forma ludica, muovendo da situazioni problematiche vissute che si riferiscano, ad esempio, alla sistemazione delle figurine nelle bustine, delle caramelle nei sacchetti, delle perline nei fili, dei fiori nei portafiori, degli alunni intorno ai tavoli del refettorio ecc.

Solo gradualmente si passerà alla **rappresentazione iconica** di tali attività mediante il disegno.

In merito, riteniamo opportuno sottolineare l'esigenza che la rappresentazione iconica risulti quanto più possibile schematica, sia per non sprecare tempo prezioso in inutili "fotografie" di raggruppamenti di oggetti, sia perché l'attività matematica deve gradualmente superare la concretezza delle situazioni ed avviarsi, attraverso la schematizzazione, all'astrazione ed alla concettualizzazione.

Pertanto, ad esempio, la rappresentazione di un mazzetto di fiori può essere validamente effettuata mediante la seguente schematizzazione:



Solo quando si è pervenuti a questa fase iconica — ma non prima che gli alunni abbiano a lungo operato con oggetti concreti — è possibile utilizzare anche schede appositamente predisposte. Invece, se si sostituiscono alla manipolazione dei materiali concreti, gli schedari non hanno alcuna validità didattica.

1° ITINERARIO DIDATTICO: <<RAGGRUPPARE OGGETTI E CONTARLI>>

In situazioni ludiche e comunque motivate, gli alunni, singolarmente o, preferibilmente, in gruppo, vengono impegnati ad effettuare raggruppamenti di oggetti concreti.

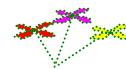
Ad esempio, si può giocare a preparare i fiori per la vendita, raggruppandoli in mazzetti, costituiti ogni volta da un certo numero di fiori:

passare poi alla rappresentazione iconica ed infine a quella simbolica dei raggruppamenti

raggruppare oggetti concreti



$\frac{3}{4}$ mazzetti da 3 ®



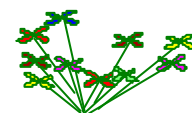
$\frac{3}{4}$ mazzetti da 4 ®



$\frac{3}{4}$ mazzetti da 5 ®



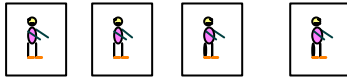
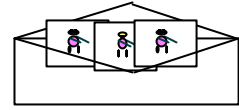
$\frac{3}{4}$ mazzetti da 10 ®



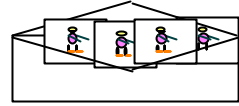
Gli alunni possono anche impegnarsi, sempre in forma ludica magari in riferimento al gioco della compravendita, a raggruppare **le figurine in bustine**:



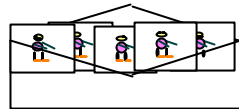
$\frac{3}{4}$ bustine da 3 ®



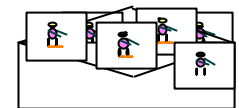
$\frac{3}{4}$ bustine da 4 ®



$\frac{3}{4}$ bustine da 5 ®



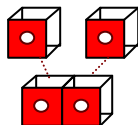
$\frac{3}{4}$ bustine da 6 ®



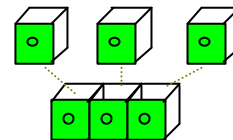
Altre attività di raggruppamento possono essere effettuate con i più vari materiali comuni.

Assieme a questi raggruppamenti ne possono essere effettuati altri con i **materiali strutturabili**. A tal fine, ad esempio, si può simulare la costruzione di **appartamenti** costituiti, di volta in volta, da **3, 4, 5 ... vani**, utilizzando i **cubetti multilink**¹⁹ come vani prefabbricati:

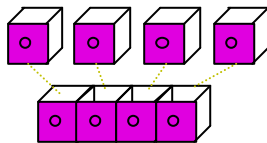
*raggruppare poi
materiali
strutturabili*



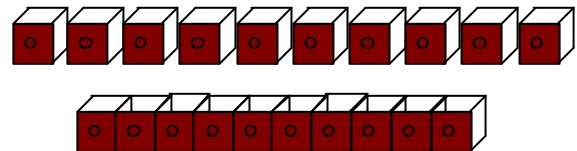
appartamento di 2 vani



appartamento di 3 vani



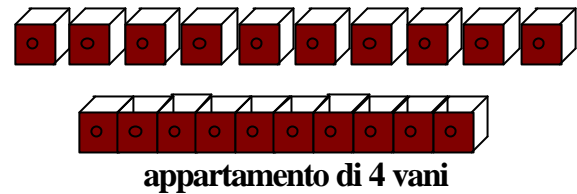
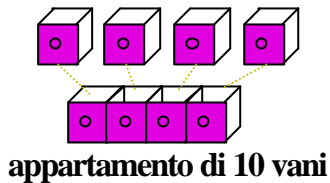
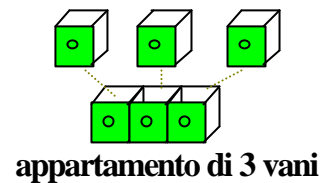
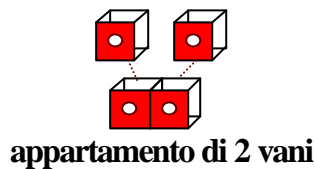
appartamento di 10 vani



appartamento di 4 vani

Le stesse attività possono essere effettuate con i **cubetti dei numeri in colore**, legandoli con lo *scotch*:

¹⁹ I cubetti **multilink**, incastrati su tutt'e sei le facce, sono estremamente utili, anche in sostituzione dei **numeri in colore**, per queste e per altre attività matematiche (area, volumi, pesi, simmetrie...)



All'inizio, i raggruppamenti nella varie basi vanno effettuati in momenti diversi e per un adeguato periodo di tempo, in modo che gli alunni abbiano la possibilità di assuefarsi ad un dato raggruppamento: in tal senso, con la scolaresca si può concordare di operare una settimana nella **base tre** (*LA SETTIMANA DEL TRE*), in quella successiva nella **base quattro** (*LA SETTIMANA DEL QUATTRO*), poi nella **base cinque...** nella **base dieci...**

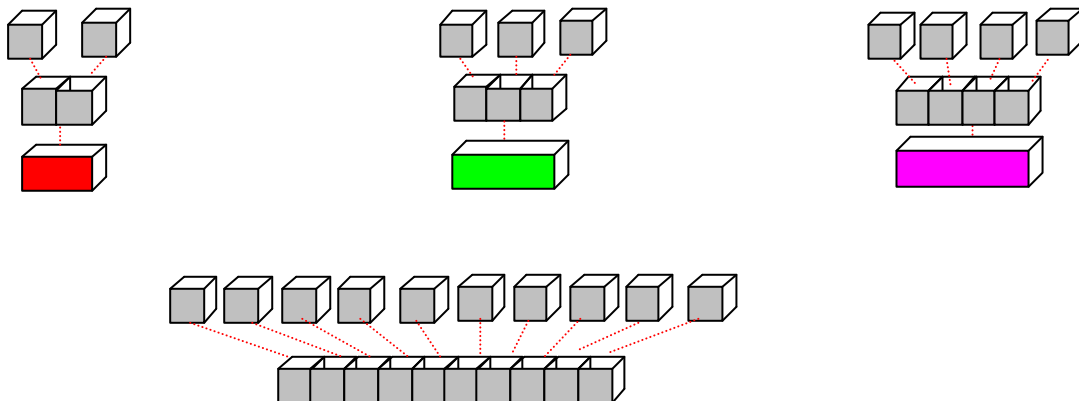
*utilizzare i blocchi
aritmetici
multibase*

In questa fase si reputa didattica, si reputa inopportuno operare nella **base due**, che richiede rapidi passaggi ai livelli successivi di raggruppamento (**raggruppamenti di raggruppamenti ...**) e si ritiene che le basi didatticamente più consigliabili siano la **base tre**, la **base quattro**, la **base cinque...** Evidentemente, particolare attenzione va riservata alla **base dieci**²⁰.

Come si è visto, all'inizio delle attività di raggruppamento, operando con i **regoli colorati**, le **treine**, le **quattrine**, le **cinguine...** le **decine**, le **dozzine ...** vengono costruite utilizzando **cubetti unitari**.

*uso dei
NUMERI IN
COLORE*

Gradualmente, però, alle costruzioni così effettuate si sostituiscono i corrispondenti regoli dei **numeri in colore**, per cui l'itinerario didattico complessivo risulta il seguente:



A questo punto, si possono introdurre i **Blocchi Aritmetici Multibase (B.A.M.)** e la relativa terminologia (**cubetti, lunghi, piatti, cubi...**). Tuttavia, non avendo a disposizione i **B.A.M.**, essi possono essere sostituiti dai **regoli colorati**.

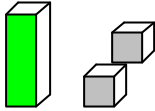
²⁰ È da prendere in considerazione anche la **base dodici**, ricuperandola dalla tradizione culturale della realtà socioculturale in cui opera la scuola. È noto, infatti, che nel recente passato l'uso della **base dodici** era molto diffuso, soprattutto in merceria (una **dozzina** di bottoni, una **grossa...**).

Utilizzando la terminologia dei **B.A.M.**, i **rossi**, i **verdi**, i **gialli**... costituiscono i **lunghi**, i loro raggruppamenti costituiscono i **piatti** ecc.

In merito, però, si deve tenere presente che per le attività relative alla scoperta del valore posizionale, occorre utilizzare solo i **cubetti unitari** ed i **regoli** della base di volta in volta scelta (**rossi** o **verdi** o **violetti**...), mettendo da parte tutti gli altri regoli.

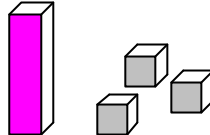
Per la **base tre** si utilizzano solo i **cubetti** ed i **verdi** ossia i

lunghi 3



Per la **base quattro** si utilizzano solo i **cubetti** ed i **violetti** ossia i

lunghi 4



Per la **base dieci** si utilizzano solo i **cubetti** e gli **arancioni** ossia i

lunghi 10



Una volta costruite le **treine**, le **quattrine**, le **cinquine**..., è estremamente importante che gli alunni si esercitino a lungo con esse, in modo da acquisire una buona padronanza a livello orale delle relative numerazioni:

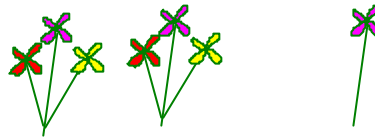
**contare i raggrup-
pamenti**

BASE TRE



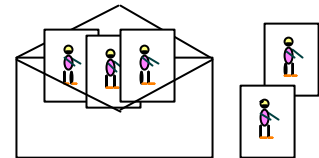
1 mazzetto e 2 fiori
(1 **treina** e 2 fiori)

BASE TRE



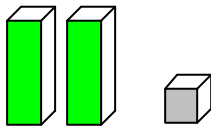
2 mazzetti ed 1 fiore
(2 **treine** ed 1 fiore)

BASE TRE



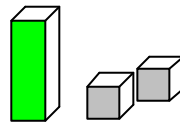
una bustina e 2 figurine
(una **treina** e 2 figurine)

BASE TRE



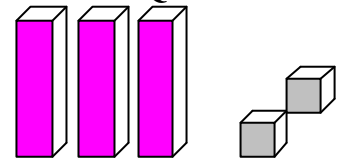
due lunghi e 1 cubetto
(2 **treine** ed 1)

BASE TRE



un lungo e 2 cubetti
(1 **treina** e 2)

BASE QUATTRO



tre lunghi e due cubetti
(3 **quattrine** e 2)

Così come nell'apprendimento di una lingua straniera non si opera una traduzione, ma si pensa nella nuova lingua, allo stesso modo è importante che gli alunni, di volta in volta, imparino a numerare ed a calcolare nelle singole basi, almeno a livello orale.

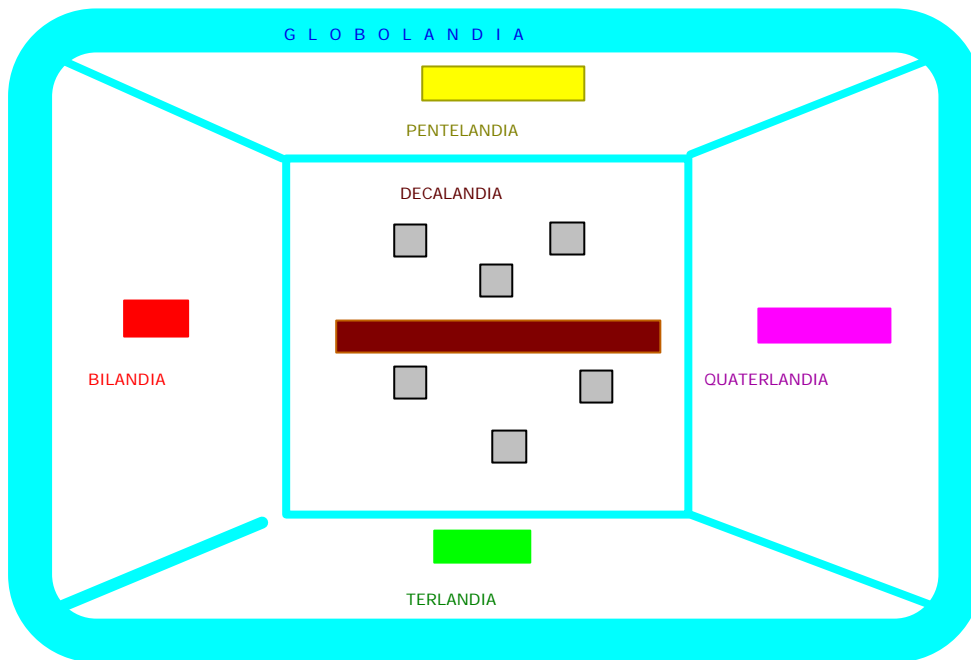
In tale prospettiva, nell'aula possono essere creati spazi attrezzati per le varie basi:

PAESE DEL TRE, PAESE DEL QUATTRO, PAESE DEL CINQUE... PAESE DEL DIECI...

Come le lingue, le singole basi implicano un modo particolare di pensare.

Tuttavia, ciò non impedisce che, come si opera la traduzione da una lingua ad un'altra, si possa anche effettuare la traduzione dalle singole basi nella base dieci (**gioco del cambio**). A tal fine, si può far ricorso ad una simulazione didattica costituita da **STATI CONFINANTI** con una zona franca in cui si utilizza la base dieci (**GLOBOLANDIA**):

*il gioco del
cambio e le
simulazioni
ludiche:
GLOBOLANDIA*



Ogni paese ha il suo sistema monetario: **BILANDIA** in base due; **TERLANDIA** in base tre; **QUATERLANDIA** in base quattro; **PENTELANDIA** in base cinque...**DECALANDIA** in base dieci. Coloro che si spostano da un paese all'altro debbono cambiare le loro monete nella relativa base, utilizzando come moneta di riferimento quella di **DECALANDIA**.

Si tratta del noto **GIOCO DEL CAMBIO** tradotto in una forma ludica che può risultare estremamente motivante per gli alunni, nell'ambito di un'impostazione didattica dell'apprendimento matematico che, come suggeriscono i **Programmi del 1985**, deve far largo spazio al gioco, alla fantasia, alla creatività.

Le attività sopra delineate sono di importanza capitale ai fini della comprensione del valore posizionale delle cifre del numero.

L'umanità ha imparato prima a contare con i raggruppamenti di oggetti e solo in un'epoca successiva è pervenuta alla **simbolizzazione** dei raggruppamenti e quindi alla graduale **scrittura posizionale** dei numeri.

Tali attività risultano utili anche per l'apprendimento della moltiplicazione e quindi della Tavola pitagorica, della divisione... e soprattutto per la piena padronanza del calcolo orale, cui i **PROGRAMMI DEL 1985** opportunamente raccomandano di riservare adeguata importanza.

BIBLIOGRAFIA SPECIFICA DEL RELATORE

UMBERTO TENUTA, *L'attività educativa e didattica nella scuola elementare-Come organizzare l'ambiente educativo e di apprendimento*, La Scuola, Brescia, 1989.

Muovendo da un'analisi puntuale del testo complessivo dei PROGRAMMI DEL 1985, il libro enuclea le linee essenziali della loro impostazione metodologico-didattica, che si traducono poi in precise ed organiche indicazioni per la predisposizione dell'ambiente educativo e degli ambienti di apprendimento relativi alle singole discipline, delle quali vengono individuati gli obiettivi fondamentali, le metodologie e le tecnologie educative, anche nella prospettiva della elaborazione della programmazione didattica annuale e settimanale.

UMBERTO TENUTA, *L'ambito matematico-scientifico*, in: FIORIN I. (a cura), *L'innovazione nella scuola elementare*, La Scuola, Brescia, 1994.

Viene affrontato il problema della prospettiva interdisciplinare nell'educazione matematica e scientifica, secondo una prospettiva formativa.

UMBERTO TENUTA, *Itinerari geometrici*, La Scuola, Brescia, 1991, ill. a colori, pp. 244.

UMBERTO TENUTA, *Itinerari aritmetici*, La Scuola, Brescia, 1991, ill., pp. 256.

UMBERTO TENUTA, *Itinerari di Logica, Probabilità, Statistica e Informatica*, La Scuola, Brescia, 1992, ill., pp. 344.

La prevalente finalità formativa che i PROGRAMMI DEL 1985 assegnano all'Educazione matematica richiede un'impostazione metodologico-didattica che muova da situazioni problematiche concrete e che faccia ricorso soprattutto all'impiego dei materiali didattici comuni e strutturati.

I tre volumi, nell'illustrare l'impianto programmatico dei singoli temi dell'Educazione matematica, delineano, con estrema chiarezza, gli itinerari didattici relativi ai singoli obiettivi indicati dai PROGRAMMI DEL 1985, anche nella prospettiva della programmazione didattica settimanale.

UMBERTO TENUTA, *I numeri in colore*, La Scuola, Brescia, 1994, ill. a colori, pp.96.

I numeri in colore costituiscono ormai il materiale didattico più utilizzato nell'Educazione matematica.

Dopo un'ampia e chiara presentazione dei criteri metodologici dell'Educazione matematica, nel volume vengono delineate, con esemplificazioni ampiamente illustrate a colori, le più significative utilizzazioni dei *numeri in colori* nei percorsi didattici relativi all'Aritmetica, alla Geometria ed alla Statistica.

UMBERTO TENUTA, *Individualizzazione – Autonomia e flessibilità dell'azione educativa e didattica*, La Scuola, Brescia, 1998.

Nel volume vengono presentate le modalità concrete per la individualizzazione dell'insegnamento relativamente a tutte le discipline.

3. LA RISCOPERTA DEI SISTEMI DI NUMERAZIONI NELLA VARIE BASI

PARTE III

L'ATTIVITÀ DI SIMBOLIZZAZIONE

Umberto Tenuta

<<Si può...prevedere un grande avvenire alla collaborazione fra psicologi e matematici per l'elaborazione di un insegnamento "moderno" e non tradizionale delle matematiche moderne: esso consisterebbe nel parlare al bambino il suo linguaggio prima di imporgliene un altro già fatto e troppo astratto, e soprattutto nel guidare il bambino a reinventare, cosa di cui è capace, invece di limitarlo ad ascoltare e a ripetere>>²¹.

Nella riscoperta della scrittura posizionale dei numeri, assieme all'attività di **raggruppamento**, assume rilevante significato l'attività di **simbolizzazione**.

Pertanto, quando gli alunni padroneggiano abbastanza bene i raggruppamenti, possono passare alla loro **simbolizzazione posizionale**.

In merito, però, si ritiene opportuno che alla simbolizzazione posizionale gli alunni pervengano passando attraverso altre forme di simbolizzazione.

Come è noto, **il simbolo è qualcosa che sta al posto di un'altra cosa**.

In tal senso, già la parola è un simbolo con il quale le cose che stanno intorno a noi vengono rappresentate.

Il bambino impara presto a simbolizzare con la parola, con i gesti, con la mimica ecc.

È perciò importante che gli alunni imparino che le **unità**, le **decine**, le **centinaia**... così come le **treine**, le **quattrine**, le **cinquine** ... possono essere rappresentate con simboli diversi, a cominciare dalle parole.

Ad esempio, le **treine**, le **quattrine**, le **cinquine** ... possono essere indicate anche con altri nomi: le **treine** le possiamo chiamare **terni**, ma anche **terzetti**, **terzine** e addirittura, in modo arbitrario, **ABRACADABRA**.

Può risultare particolarmente interessante questo gioco, che potremmo chiamare il "**GIOCO DEL BATTESIMO**", un tempo molto praticato dai bambini.

Tuttavia, alle parole si possono sostituire gli oggetti più diversi, i suoni, i gesti ecc.

È appena il caso di evidenziare che tali attività risultano particolarmente importanti ai fini della simbolizzazione, non solo delle **unità**, delle **treine**, delle **cinquine**, delle **decine** ..., ma anche dei fonemi nell'apprendimento della lettura e della scrittura.

2° ITINERARIO DIDATTICO: <<SIMBOLIZZARE IN FORME DIVERSE I RAGGRUPPAMENTI>>

Inizialmente, è opportuno utilizzare oggetti di **forma diversa**.

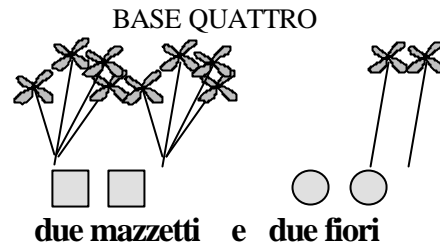
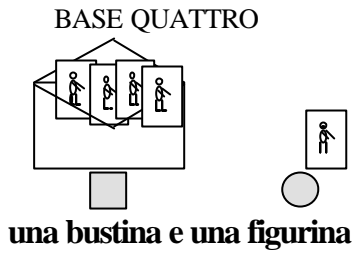
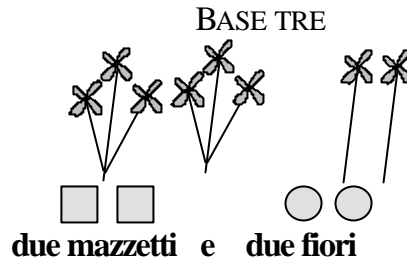
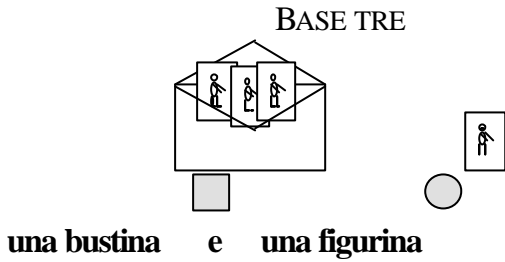
Ad esempio, si utilizzeranno le **fiches rotonde** per simbolizzare le **unità** e le **fiches**

*il simbolo è
qualcosa che sta
al posto di
un'altra cosa*

*simbolizzare con
fiches*

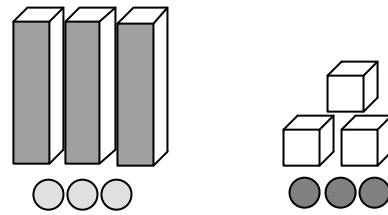
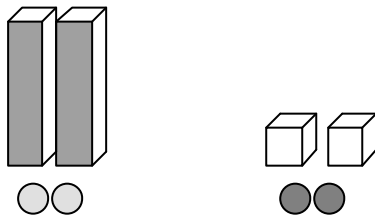
²¹ J. PIAGET, *Dove va l'educazione*, Armando, Roma, 1974, p.29.

quadrate per simbolizzare le *treine*, le *cinquine*, le *decine*...:



Oltre che da oggetti di forma diversa, i simboli possono essere costituiti da oggetti di **diversi colori**.

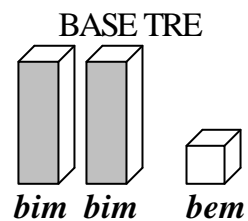
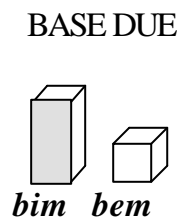
Ad esempio, le **fiches rotonde gialle** possono rappresentare le *unità* e le **fiches rotonde rosse** le *treine*, le *cinquine*, le *decine*...:



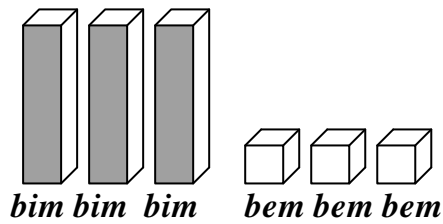
Assieme alla simbolizzazione mediante **fiches**, diverse per forma o per colori, o mediante altri analoghi materiali, si potranno utilizzare anche divertenti **simboli fonici**.

usare simboli fonici

Ad esempio, il "**suono**" *bim* può simbolizzare le *treine*, le *quattrine*, le *cinquine*, le *decine* ... ed il "**suono**" *bem* può simbolizzare le *unità*:



BASE QUATTRO



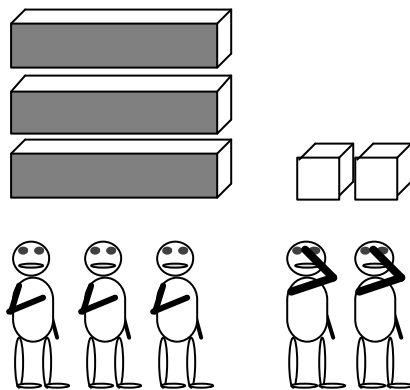
BASE DIECI



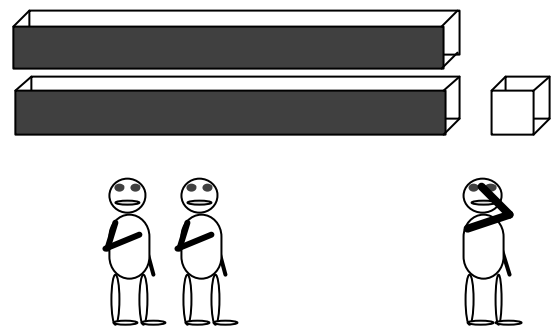
Si possono piacevolmente utilizzare anche i **simboli gestuali**. Ad esempio, la "mano sul petto" può indicare le *treine*, le *quattrine*, le *cinquine*... le *decine*... e la "mano sulla fronte" può indicare le **unità**:

usare simboli gestuali

BASE CINQUE



BASE DIECI

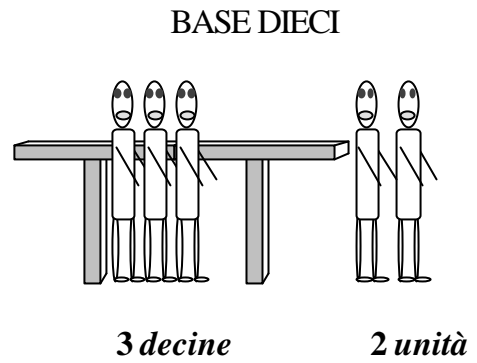
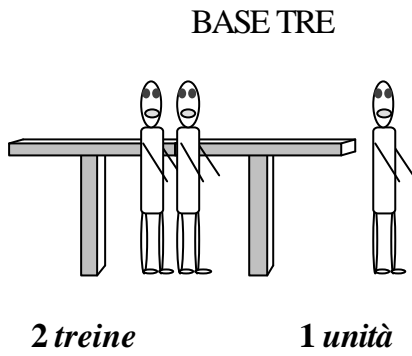


Solo dopo aver operato a lungo con le più varie forme di simbolizzazione, si passerà alla **simbolizzazione posizionale**.

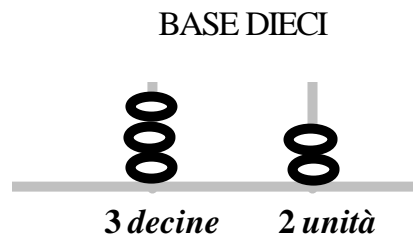
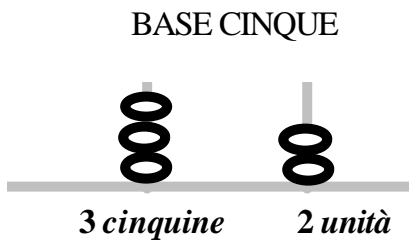
A tal fine, intendiamo evidenziare la particolare efficacia dell'utilizzazione iniziale di un *abbaco vivente*²². Ad esempio, "un bambino alla destra della cattedra" indica le **unità**; un "bambino davanti alla cattedra" indica, a seconda della base scelta, le *treine*, le *quattrine*, le *cinquine*... le *decine*...:

usare simboli posizionali

²² Il riferimento va ovviamente alle *Scuole dell'Ave Maria* del Manjon.



Da queste forme di simbolizzazione, realizzate in forma ludica e quindi estremamente efficaci per la comprensione del valore posizionale, si passerà agevolmente all'uso dell'**abbaco** vero e proprio, possibilmente multibase²³, che, in fondo, va a sostituire la cattedra:



In merito, giova evidenziare che avendo operato prima con i raggruppamenti costituiti dai *mazzetti* di fiori, dalle *bustine* di figurine, dagli *appartamenti* o dai *lunghi* dei **Blocchi Aritmetici Multibase**, gli alunni, quando poi utilizzano l'**abbaco**, comprendono facilmente che il posto a sinistra indica sempre **1-2-3...mazzetti, 1-2-3...buste, 1-2-3...appartamenti, 1-2-3...lunghi**, a prescindere dalla base.

la lettura dei numeri nelle varie basi

È appena il caso di precisare

che la lettura dei numeri varia da base a base, per cui il numero **3 2** si legge:

BASE DIECI	BASE CINQUE	BASE SETTE
<i>3 decine e 2</i>	<i>3 cinque e 2</i>	<i>3 settine e 2</i>

In merito, è opportuno evidenziare che la lettura dei numeri nelle varie basi può essere effettuata anche leggendo le singole cifre e indicando la base:

3 e 2, in base dieci 3 e 2, in base cinque 3 e 2, in base sette

Tuttavia, riteniamo che sia preferibile leggere i numeri utilizzando la denominazione dei singoli raggruppamenti, come avviene nella notazione decimale, nella quale:

²³ L'**abbaco multibase** in commercio più versatile è quello della **GISCO**. Comunque, l'abbaco può essere facilmente costruito con una tavoletta e dei perni e, al limite,

con delle scatole a scomparti, nei quali vengono collocati dei gettoni:

3 2 si legge: **trenta** (cioè, *tre decine*) e **due**

1 4 si legge: **dieci** (cioè, *una decina*) e **quattro**

1 3 si legge: **tre** e **dieci** (cioè, *una decina*)

Evidentemente, gli stessi numeri nella base cinque, si leggono:

3 2 si legge: **tre cinquine** e **due** **1 4** si legge: **una cinquina** e **quattro**

1 3 si legge: **una cinquina** e **tre**

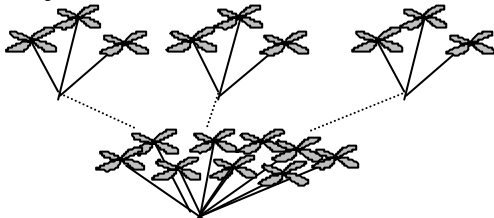
3° ITINERARIO DIDATTICO: RAGGRUPPAMENTI DI RAGGRUPPAMENTI

Procedimenti analoghi a quelli sopra descritti verranno poi utilizzati per le **posizioni successive alla seconda** sull'abaco e nella scrittura posizionale dei numeri.

Innanzitutto, gli alunni debbono effettuare **raggruppamenti di raggruppamenti**, tenendo presente che ogni **raggruppamento di raggruppamento** contiene tanti **raggruppamenti** quanti ne indica la base.

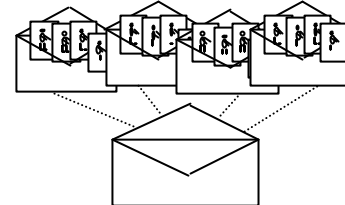
*i raggruppamenti
di
raggruppamenti*

Se il *mazzetto* è costituito da **3 fiori**,
il *fascio* è costituito da **3 mazzetti**:



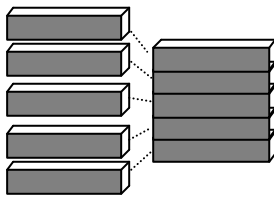
3 mazzetti formano un fascio

Se la *bustina* è costituita da **4 figurine**,
la *busta* è costituita da **4 bustine**:



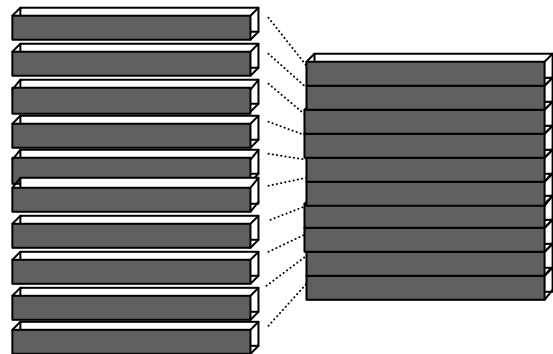
4 bustine formano una busta

Se il *lungo* è costituito da **5 cubetti**,
il *piatto* è costituito da **5 lunghi**:



5 lunghi formano un piatto

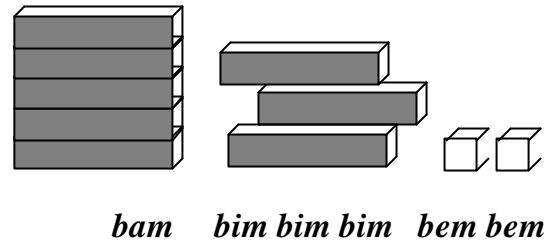
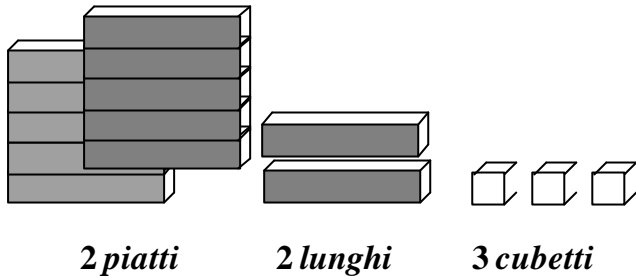
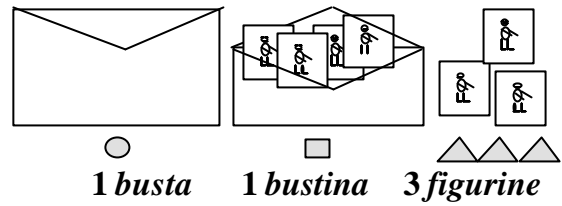
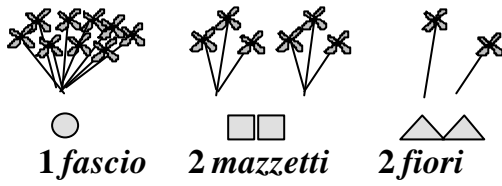
Se il *lungo* è costituito da **10 cubetti**,
il *piatto* è costituito da **10 lunghi**:



10 lunghi formano un piatto

Quando gli alunni sono padroni dei **raggruppamenti di raggruppamenti**, possono procedere alla loro **simbolizzazione**, utilizzando simboli diversi per le **unità**, per i **raggruppamenti**, per i **raggruppamenti di raggruppamenti** ecc.:

*simbolizzare i
raggruppamenti
di raggruppamenti*



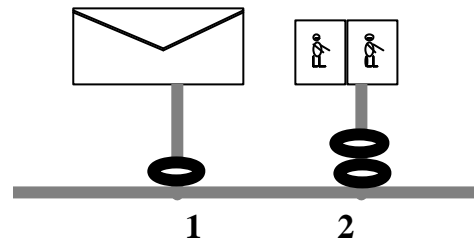
Con l'abbaco vivente, si conviene che il **posto a destra della cattedra** indica le **unità**, il **posto davanti alla cattedra** indica i **raggruppamenti** ed il **posto a sinistra della cattedra** indica i **raggruppamenti di raggruppamenti**:

<p>1 centinaio 4 decine 3 unità</p>	<p>Pertanto, sull'abbaco si ha la seguente situazione:</p> <p>1 centinaio 4 decine 3 unità</p>
---	--

L'UTILIZZAZIONE DELLE BUSTINE

Nelle attività per la scoperta del valore posizionale delle cifre nella scrittura dei numeri, può risultare particolarmente utile valorizzare l'uso delle **bustine**, le quali, non evidenziando la quantità del raggruppamento, vengono a costituire delle **variabili di fatto**. L'alunno apprenderà che, sull'abbaco, il **"posto a destra"** rappresenta le unità e il **"posto a sinistra"** rappresenta le **bustine**, indipendentemente dal numero di oggetti in esse contenuti:

*un itinerario plurivalente:
le bustine*



Gli alunni sanno quante sono le bustine (1) e quante sono le figurine (2), ma non sanno quante sono complessivamente le figurine, fino a quando non viene precisato quante figurine sono inserite in ogni bustina.

Evidentemente, il numero delle figurine contenute in ogni bustina è determinato dalla base:

<p>se la base è tre, in ogni bustina vi sono 3 figurine</p> <p>1 2 (una treina e due unità)</p>	<p>se la base è dieci, in ogni bustina vi sono 10 figurine</p> <p>1 2 (una decina e due unità)</p>
--	---

Nella **bustina** si può inserire qualsiasi numero di figurine: essa rappresenta una **variabile**, cui si può dare il valore che si vuole.

Ovviamente, lo stesso discorso vale se i **mazzetti**, gli **appartamenti**, i **lunghi**... vengono considerati prescindendo dal numero di elementi di cui di volta in volta sono costituiti: rispetto a tali raggruppamenti, quando si usano le **bustine**, la differenza consiste solo nel fatto che il numero degli elementi nelle **bustine** non si vede!

Le **bustine** sembrano, perciò, il materiale più indicato a far comprendere agli alunni il valore posizionale nelle varie basi: comprendere che il "**secondo posto**" sull'**abbaco** indica le **bustine**, significa comprendere il valore posizionale in tutte le possibili basi. Esse rappresentano un sussidio estremamente semplice, accessibile e versatile, anche perché consente il passaggio alle **buste** per i **raggruppamenti di raggruppamenti (piatti dei B.A.M.)**, alle **bustone** per i **raggruppamenti di raggruppamenti di raggruppamenti (cubi dei B.A.M.)**...

Tuttavia, è opportuno sottolineare che, alternati alle bustine, debbono essere utilizzati anche altri materiali concreti, comuni e strutturati, come i **numeri in colore**, i **cubetti multilink**, i **B.A.M.** ecc.

CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

Gli itinerari didattici che abbiamo delineato sono analoghi a quelli che si dovrebbero seguire per la sola **base dieci**, ma offrono il vantaggio di far apprendere agli alunni tutte le basi!

Se essi vengono seguiti in modo creativo, adattandoli alle diverse situazioni, procedendo con opportuna gradualità, soffermandosi in ogni fase per tutto il tempo che è necessario agli alunni per impossessarsi delle singole abilità, la comprensione della scrittura posizionale dei numeri nelle varie basi e, in particolare, nella base dieci, risulta senz'altro sicura sin dalle prime classi, senza bisogno di riprendere il lavoro daccapo in ogni classe della scuola elementare ed oltre.

*utilizzare itinerari
creativi*

BIBLIOGRAFIA SPECIFICA DEL RELATORE

UMBERTO TENUTA, *L'attività educativa e didattica nella scuola elementare-Come organizzare l'ambiente educativo e di apprendimento*, La Scuola, Brescia, 1989.

Muovendo da un'analisi puntuale del testo complessivo dei PROGRAMMI DEL 1985, il libro enuclea le linee essenziali della loro impostazione metodologico-didattica, che si traducono poi in precise ed organiche indicazioni per la predisposizione dell'ambiente educativo e degli ambienti di apprendimento relativi alle singole discipline, delle quali vengono individuati gli obiettivi fondamentali, le metodologie e le tecnologie educative, anche nella prospettiva della elaborazione della programmazione didattica annuale e settimanale.

UMBERTO TENUTA, *L'ambito matematico-scientifico*, in: FIORIN I. (a cura), *L'innovazione nella scuola elementare*, La Scuola, Brescia, 1994.

Viene affrontato il problema della prospettiva interdisciplinare nell'educazione matematica e scientifica, secondo una prospettiva formativa.

UMBERTO TENUTA, *Itinerari geometrici*, La Scuola, Brescia, 1991, ill. a colori, pp. 244.

UMBERTO TENUTA, *Itinerari aritmetici*, La Scuola, Brescia, 1991, ill., pp. 256.

UMBERTO TENUTA, *Itinerari di Logica, Probabilità, Statistica e Informatica*, La Scuola, Brescia, 1992, ill., pp. 344.

La prevalente finalità formativa che i PROGRAMMI DEL 1985 assegnano all'Educazione matematica richiede un'impostazione metodologico-didattica che muova da situazioni problematiche concrete e che faccia ricorso soprattutto all'impiego dei materiali didattici comuni e strutturati.

I tre volumi, nell'illustrare l'impianto programmatico dei singoli temi dell'Educazione matematica, delineano, con estrema chiarezza, gli itinerari didattici relativi ai singoli obiettivi indicati dai PROGRAMMI DEL 1985, anche nella prospettiva della programmazione didattica settimanale.

UMBERTO TENUTA, *I numeri in colore*, La Scuola, Brescia, 1994, ill. a colori, pp.96.

I *numeri in colore* costituiscono ormai il materiale didattico più utilizzato nell'Educazione matematica.

Dopo un'ampia e chiara presentazione dei criteri metodologici dell'Educazione matematica, nel volume vengono delineate, con esemplificazioni ampiamente illustrate a colori, le più significative utilizzazioni dei *numeri in colori* nei percorsi didattici relativi all'Aritmetica, alla Geometria ed alla Statistica.

UMBERTO TENUTA, *Individualizzazione – Autonomia e flessibilità dell'azione educativa e didattica*, La Scuola, Brescia, 1998.

Nel volume vengono presentate le modalità concrete per la individualizzazione dell'insegnamento relativamente a tutte le discipline.

4. LA RISCOPERTA DEI SISTEMI DI NUMERAZIONE NELLA VARIE BASI PARTE IV

ISTRUZIONI PER LE ESERCITAZIONI

Umberto Tenuta

1. ATTIVITÀ DI RAGGRUPPAMENTO

1.1. CREARE SITUAZIONI PROBLEMATICHE CONCRETE REALI O SIMULATE

1.1.1. Con un certo numero di fiori, costruisci mazzetti di $3/4/5...$ (utilizzare elastici e stecchini, cannuce per bibite...)

[Poi conta i mazzetti e gli eventuali fiori singoli]

1.1.2. Colloca un certo numero di figurine di giocatori, piante, animali... in buste di $3/4/5...$, (utilizzare bustine e sedicesimi di fogli di carta...) *[Poi conta le buste e le eventuali figurine singole]*

1.1.3. Con un certo numero di caramelle costruisci stick di $3/4/5...$ (utilizzare cubetti, fisches... e carta velina di colore diverso per le diverse quantità). *[Poi conta gli stick e le eventuali caramelle residue]*

1.1.4. La scolaresca va in gita in macchine di $4/5/6...$ posti (utilizzare bambolotti e scatole per scarpe...)

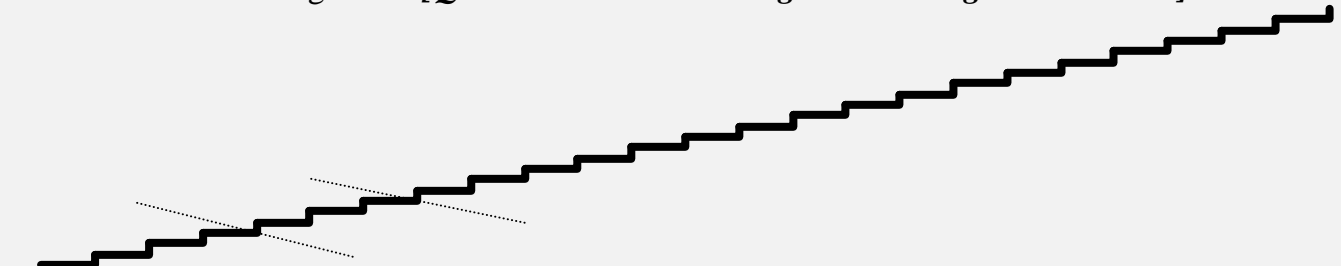
[Poi conta le macchine complete e gli alunni che viaggiano nella eventuale macchina incompleta]

1.1.5. La scolaresca siede a mensa intorno a tavoli da $3/4/5...$ posti (utilizzare bambolotti e scatole per scarpe)

[Poi conta i tavoli e gli eventuali scolari che siedono intorno a tavoli incompleti]

1.1.6. Sul COLOREDO costruisci fiori, figure ... con $3/4/5...$ utilizzando un certo numero di chiodini di colori di volta in volta diversi. *[Poi conta i raggruppamenti di chiodini costruiti e gli eventuali chiodini residui]*

1.1.7. Fai salti di $2/3/4...$ gradini. *[Qualcuno conta i salti e gli eventuali gradini residui]*



1.1.8. Con un certo numero di cubetti *multilink* costruisci appartamenti... di $3/4/5...$ vani

[Poi conta gli appartamenti e gli eventuali cubetti residui]

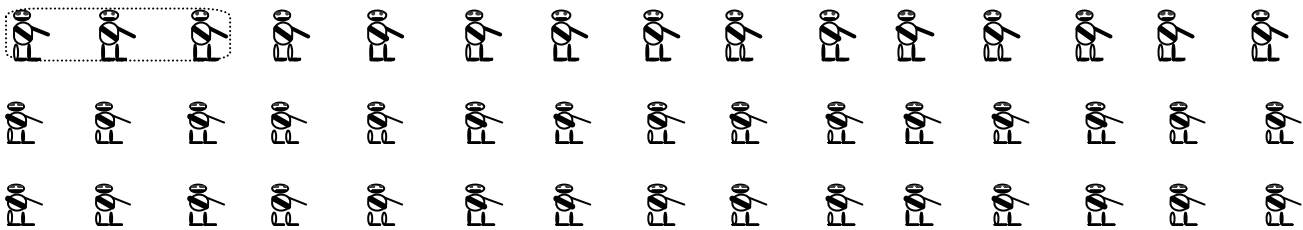
1.1.9. Con un certo numero di cubetti dei *numeri in colore* costruisci colonne/stick/... di 3/4/5... pezzi
[Poi conta le colonne/gli stick... gli eventuali cubetti residui]

1.1.10. Prendi un certo numero di lunghi e di cubetti dei B.A.M.-BLOCCHI ARITMETICI MULTIBASE, nelle varie basi, e conta in base dieci

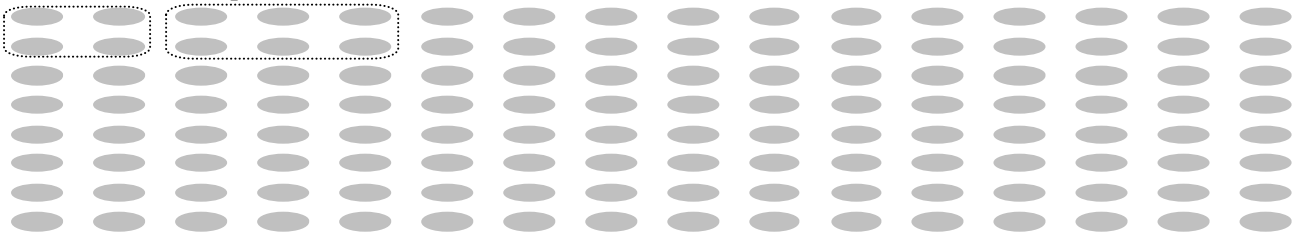
1.1.11. Crea altre esercitazioni.....

1.2. RAGGRUPPARE IN SITUAZIONI PROBLEMATICHE ICONICHE REALI O SIMULATE

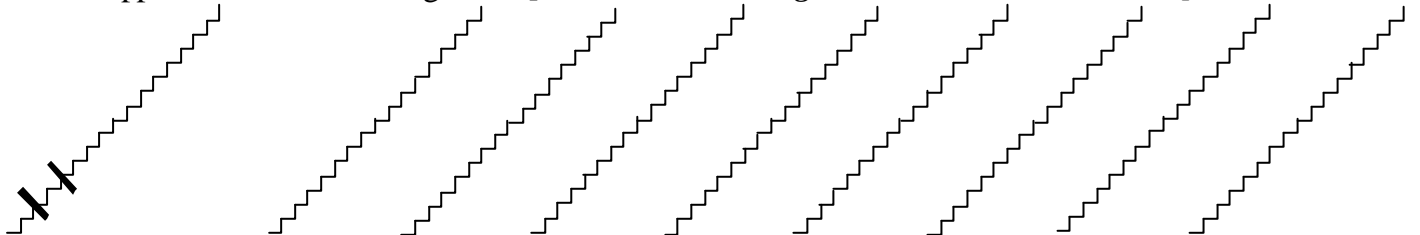
1.2.1. Raggruppa, cerchiando con una linea, 3/4/5... i bambini di una, due, tre... righe *[Poi conta i gruppi e gli elementi residui]*



1.2.2. Raggruppa a 3/4/5...le monete, i tavoli... di una o più righe o colonne. *[Poi conta i gruppi e gli elementi residui]*



1.2.3. Rappresenta salti di 2/3/4... gradini. *[Poi conta i salti e gli eventuali scalini residui]*



N.B. I raggruppamenti debbono essere indicati, inizialmente, con il loro nome (*mazzetti, bustine, stick, macchine, tavoli, appartamenti...lunghi...*); poi debbono essere utilizzati i numerali collettivi (*duine, treine, quattrine, cinquine... decine.. dozzine...*).

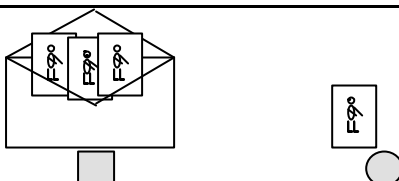
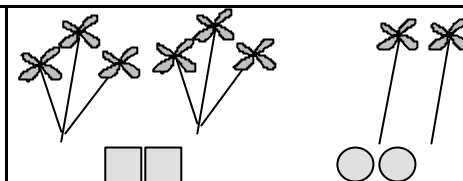
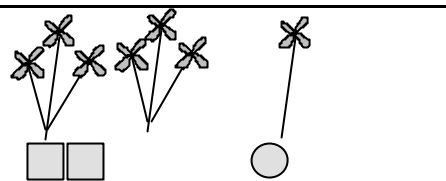
2. ATTIVITÀ DI SIMBOLIZZAZIONE

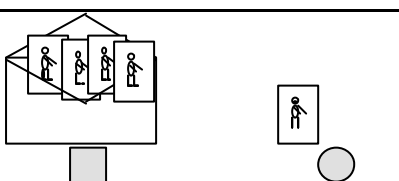
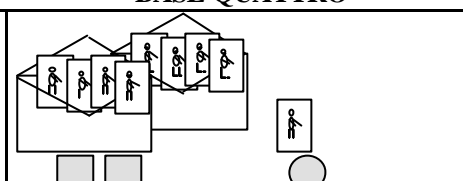
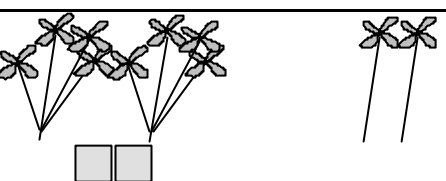
Il simbolo è *qualcosa che sta al posto di un'altra cosa*. È importantissimo imparare a sostituire le cose con i simboli più diversi. A tal fine si può utilizzare il *Gioco della bottega*: battezzare con i simboli più diversi le persone e le cose che stanno intorno a noi e utilizzare il nuovo simbolismo nelle comuni attività scolastiche.

La scrittura posizionale dei numeri utilizza una simbolizzazione posizionale. Tuttavia, prima di arrivare ad essa è opportuno utilizzare simboli concreti di forme, di sostanze, di colori...diversi (fiches rotonde, quadrate, rettangolari; fiches, palline... rosse, verdi, gialle...). È opportuno utilizzare anche simboli gestuali, simboli fonici ecc.

2.1. SIMBOLIZZARE CON OGGETTI DI FORMA DIVERSA.

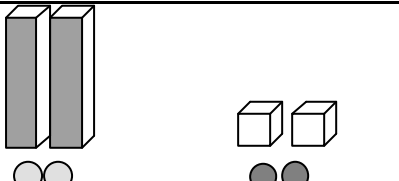
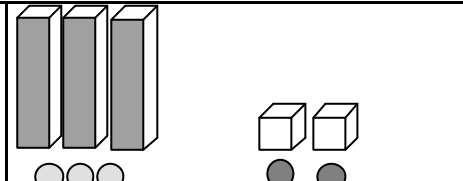
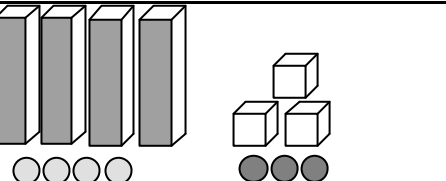
Utilizzare le **fiches rotonde** per simbolizzare le *unità* e le **fiches quadrate** per simbolizzare un certo numero di *treine, cinque, decine...*:

BASE TRE		
 <p>una bustina e una figurina</p>	 <p>due mazzetti e due fiori</p>	 <p>due mazzetti ed un fiore</p>
EFFETTUA ALTRE SIMBOLIZZAZIONI		

BASE QUATTRO		
 <p>una bustina e una figurina</p>	 <p>due bustine e una figurina</p>	 <p>due mazzetti e due fiori</p>
EFFETTUA ALTRE SIMBOLIZZAZIONI		

2.2. SIMBOLIZZARE CON OGGETTI DI DIVERSI COLORI.

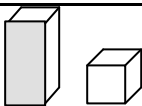
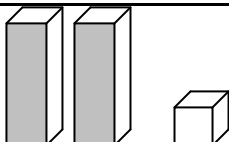
Ad esempio, le **fiches gialle** possono rappresentare le *unità* e le **fiches rosse** le *treine, le cinque, le decine...*:

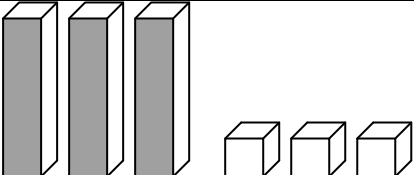

BASE QUATTRO		
		
EFFETTUA ALTRE SIMBOLIZZAZIONI		

Assieme alla simbolizzazione mediante **fiches**, diverse per forma o per colori, o mediante altri analoghi materiali, si potranno utilizzare anche divertenti **simboli fonici**.

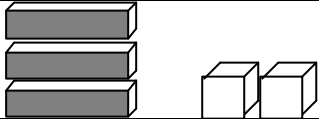

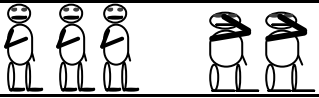
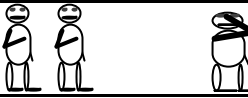
Ad esempio, il "suono" *bim* può simbolizzare le *treine*, le *quattrine*, le *cinquine*, le *decine* ... ed il "suono" *bem* può simbolizzare le *unità*:

BASE DUE	BASE TRE
-----------------	-----------------

	
<i>bim bim</i>	<i>bim bim bem</i>
EFFETTUA ALTRE SIMBOLIZZAZIONI	

BASE QUATTRO	BASE DIECI
	
<i>bim bim bim bem bem bem</i>	<i>bim bim bim bem bem</i>
EFFETTUA ALTRE SIMBOLIZZAZIONI	

Si possono utilizzare anche i **simboli gestuali**. Ad esempio, la **"mano sul petto"** può indicare le *treine*, le *quattrine*, le *cinquine*... le *decine*... e la **"mano sulla fronte"** può indicare le **unità**:

BASE CINQUE	BASE DIECI
	
	
EFFETTUA ALTRE SIMBOLIZZAZIONI	

Solo dopo aver operato a lungo con le più varie forme di simbolizzazione, si passerà alla **simbolizzazione posizionale**.

A tal fine, intendiamo evidenziare la particolare efficacia dell'utilizzazione iniziale di un *abbaco vivente*²⁴. Ad esempio, **"un bambino alla destra della cattedra"** indica le **unità**; un **"bambino davanti alla cattedra"** indica, a seconda della base scelta, le *treine*, le *quattrine*, le *cinquine*... le *decine*...:

BASE TRE	BASE DIECI
	
<i>2 treine 1 unità</i>	<i>3 decine 2 unità</i>
EFFETTUA ALTRE SIMBOLIZZAZIONI	

Da queste forme di simbolizzazione, realizzate in forma ludica e quindi estremamente efficaci per la comprensione del valore posizionale, si passerà agevolmente all'uso dell'**abbaco** vero e proprio, possibilmente **multibase**²⁵, che, in fondo, va a sostituire la cattedra:

²⁴ Il riferimento va ovviamente alle *Scuole dell'Ave Maria* del Manjon.

²⁵ L'**abbaco multibase** in commercio più versatile è quello della **GISCO**.

BASE CINQUE	BASE DIECI
	
3 <i>cinquine</i> 2 <i>unità</i>	3 <i>decine</i> 2 <i>unità</i>
EFFETTUA ALTRE SIMBOLIZZAZIONI	

In merito, giova evidenziare che avendo operato prima con i raggruppamenti costituiti dai *mazzetti* di fiori, dalle *bustine* di figurine, dagli *appartamenti* o dai *lunghi* dei **Blocchi Aritmetici Multibase**, gli alunni, quando poi utilizzano l'**abbaco**, comprendono facilmente che il posto a sinistra indica sempre **1-2-3...mazzetti, 1-2-3...buste, 1-2-3...appartamenti, 1-2-3...lunghi**, a prescindere dalla base.

È appena il caso di precisare che la lettura dei numeri varia da base a base, per cui il numero **3 2** si legge:

- **3 decine e 2**, nella base dieci;
- **3 settine e 2**, nella base cinque;
- **3 cinquine e 2**, nella base sette.....

In merito, è opportuno evidenziare che la lettura dei numeri nelle varie basi può essere effettuata anche leggendo le singole cifre e indicando la base:


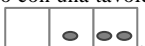
- 3 e 2**, in base dieci;
- 3 e 2**, in base cinque;
- 3 e 2**, in base sette

Tuttavia, riteniamo che sia preferibile leggere i numeri utilizzando la denominazione dei singoli raggruppamenti, come avviene nella notazione decimale, nella quale:

- 3 2** si legge: **trenta** (cioè, *tre decine*) e **due**
- 1 4** si legge: **dieci** (cioè, *una decina*) e **quattro**
- 1 3** si legge: **tre** (anteposto) e **dieci** (cioè, *una decina*)

Evidentemente, gli stessi numeri nella base cinque, si leggono:

- 3 2** si legge: **tre cinquine** e **due**
- 1 4** si legge: **una cinquina** e **quattro**
- 1 3** si legge: **una cinquina** e **tre**

Comunque, l'abbaco può essere facilmente costruito con una tavoletta e dei perni  e, al limite, con delle scatole a scomparti, nei quali vengono collocati dei gettoni: .

BIBLIOGRAFIA SPECIFICA DEL RELATORE

UMBERTO TENUTA, *L'attività educativa e didattica nella scuola elementare-Come organizzare l'ambiente educativo e di apprendimento*, La Scuola, Brescia, 1989.

Muovendo da un'analisi puntuale del testo complessivo dei PROGRAMMI DEL 1985, il libro enuclea le linee essenziali della loro impostazione metodologico-didattica, che si traducono poi in precise ed organiche indicazioni per la predisposizione dell'ambiente educativo e degli ambienti di apprendimento relativi alle singole discipline, delle quali vengono individuati gli obiettivi fondamentali, le metodologie e le tecnologie educative, anche nella prospettiva della elaborazione della programmazione didattica annuale e settimanale.

UMBERTO TENUTA, *L'ambito matematico-scientifico*, in: FIORIN I. (a cura), *L'innovazione nella scuola elementare*, La Scuola, Brescia, 1994.

Viene affrontato il problema della prospettiva interdisciplinare nell'educazione matematica e scientifica, secondo una prospettiva formativa.

UMBERTO TENUTA, *Itinerari geometrici*, La Scuola, Brescia, 1991, ill. a colori, pp. 244.

UMBERTO TENUTA, *Itinerari aritmetici*, La Scuola, Brescia, 1991, ill., pp. 256.

UMBERTO TENUTA, *Itinerari di Logica, Probabilità, Statistica e Informatica*, La Scuola, Brescia, 1992, ill., pp. 344.

La prevalente finalità formativa che i PROGRAMMI DEL 1985 assegnano all'Educazione matematica richiede un'impostazione metodologico-didattica che muova da situazioni problematiche concrete e che faccia ricorso soprattutto all'impiego dei materiali didattici comuni e strutturati.

I tre volumi, nell'illustrare l'impianto programmatico dei singoli temi dell'Educazione matematica, delineano, con estrema chiarezza, gli itinerari didattici relativi ai singoli obiettivi indicati dai PROGRAMMI DEL 1985, anche nella prospettiva della programmazione didattica settimanale.

UMBERTO TENUTA, *I numeri in colore*, La Scuola, Brescia, 1994, ill. a colori, pp.96.

I numeri in colore costituiscono ormai il materiale didattico più utilizzato nell'Educazione matematica.

Dopo un'ampia e chiara presentazione dei criteri metodologici dell'Educazione matematica, nel volume vengono delineate, con esemplificazioni ampiamente illustrate a colori, le più significative utilizzazioni dei *numeri in colori* nei percorsi didattici relativi all'Aritmetica, alla Geometria ed alla Statistica.

UMBERTO TENUTA, *Individualizzazione – Autonomia e flessibilità dell'azione educativa e didattica*, La Scuola, Brescia, 1998.

Nel volume vengono presentate le modalità concrete per la individualizzazione dell'insegnamento relativamente a tutte le discipline.